Die Gerade g durch $\boldsymbol{A}$ $(\mathbf{2}|\mathbf{1}|\mathbf{3})$ und $\boldsymbol{B}$ $(\mathbf{4}|\mathbf{2}|\mathbf{1})$ schneidet die Ebene $\boldsymbol{E}$: $\left[\vec{\boldsymbol{x}}\text{-}\begin{pmatrix}\mathbf{3}\\\mathbf{5}\\\mathbf{1}\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}\mathbf{3}\\\mathbf{1}\\\mathbf{2}\end{pmatrix}=\mathbf{0}$.

Berechne den Schnittpunkt $\boldsymbol{S}$ und den Schnittwinkel $\boldsymbol{\gamma}$ von g und $\boldsymbol{E}$.

Lösung:

- Bestimmen der Parametergleichung von g:

$$g: \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}\mathbf{2}\\\mathbf{1}\\\mathbf{-2}\end{pmatrix} \text{ mit } \begin{pmatrix}\mathbf{2}\\\mathbf{1}\\\mathbf{-2}\end{pmatrix}=\vec{B}-\vec{A}=\begin{pmatrix}4\\2\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}$$

1. Schnittpunkt S von g und E berechnen.

   E lässt sich als Koordinatengleichung schreiben: (*Kommutativ ausmultiplizieren*)

   $$E: \left[\vec{x}\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}\right]=0 \Rightarrow E: \left[\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}\right]=0$$

   ➔ $3x+y+2z-16=0$

   Jetzt Einsetzung des Allgemeinen Vektors von g in die Gleichung von E.

   $3(2+2r)+(1+r)+2(3-2r)-16=0$ *(Zusammen berechnen)*

   ➔ $3r=3$ ➔ $\boldsymbol{r=1}$

   $r=1$ *in die Geradengleichung einsetzen um* S *zu finden*:

   $$S=\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}+\mathbf{1}\cdot\begin{pmatrix}\mathbf{2}\\\mathbf{1}\\\mathbf{-2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{2+2}\\\mathbf{1+1}\\\mathbf{3-2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{4}\\\mathbf{2}\\\mathbf{1}\end{pmatrix}$$

   Schnittpunkt von g und $\boldsymbol{E}$: $\boldsymbol{S}$ $(\mathbf{4}|\mathbf{2}|\mathbf{1})$

2. Schnittwinkel von g und E:

   $$\sin\gamma=\frac{\left|\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}\right|}=\frac{3}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{14}}\approx 0{,}267 \quad \Rightarrow \boldsymbol{\gamma}=\mathbf{sin^{-1}(0,2673)}\approx\mathbf{15{,}50°}$$