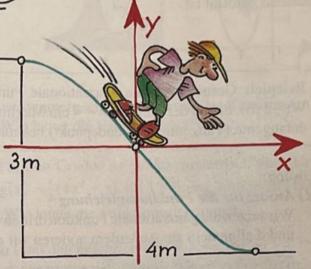
Beispiel: Aus Beton soll eine Skateboard-Bahn für den Park so gebaut werden, wie es die Abbildung zeigt. Die gebogenen Teile sollen ohne Knick an die geraden Teile anschließen. Ermitteln Sie für die Konstruktion die Gleichung einer Polynomfunktion, deren Graph dem gebogenen Teil nahe kommt. Entnehmen Sie die Maße der Skizze.



### Lösung:

Der Skizze können wir entnehmen, dass die gesuchte Polynomfunktion dritten Grades ist, die die folgenden Bedingungen erfüllen muss:

Ihr Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung des eingezeichneten Koordinatensystems und geht durch den Punkt P(0 | 0). Ein Tiefpunkt der Polynomfunktion liegt bei T(2|-1,5). Somit ergibt sich folgende Rechnung:



### Ansatz für f:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

# Eigenschaften von f:

$$(2) f(0) = 0$$

(3) 
$$f'(2) = 0$$

$$(4) f(2) = -1.5$$

## Gleichungssystem:

$$b = 0 
 d = 0 
 12a + 4b + c = 0 
 8a + 4b + 2c + d = -1,5$$

# Lösung:

$$\begin{array}{c}
 b=0 \\
 d=0 \\
 a=3/32 \\
 c=-9/8
 \end{array}$$

Das Profil der Skateboard-Bahn wird durch die Funktion  $f(x) = \frac{3}{32}x^3 - \frac{9}{8}x$  beschrieben.

- a) Gesucht ist eine ganzrationale Funktion dritten Grades mit dem Tiefpunkt P(1|-2), deren
- b) Der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades hat im Ursprung und im Punkt P(2|4) jeweils ein Extremum.

 $Z_{eigen}$  Sie, dass es keine ganzrationale Funktion dritten Grades gibt, die bei x = 0 einen Sattelpunkt und bei x = 1 ein Extremum hat.