

### a) Geradengleichungen:

$$\rightarrow \text{Kuckucksloch: } k: \vec{x} = \vec{A} + r \vec{AB} = \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \\ -8 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \text{Morgernstern: } m: \vec{x} = \vec{C} + s \vec{CD} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Schnittpunkt zwischen  $k$  und  $m$ :

$$\Rightarrow k = m \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \\ -8 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -7 + 5r &= 4 \\ -3 + 3r &= -6 \\ -8 - r &= -6 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 3S \\ 5S \\ 2S \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5r - 3s = 11 & ① \\ 3r - 5s = -3 & ② \\ -r + 2s = 2 & ③ \end{cases} \quad \text{daraus, } s = 3 \text{ und } r = 4$$

s und r wieder einsetzen:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -7 + 5(4) &= 4 + 3(3) \\ -3 + 3(4) &= -6 + 5(3) \\ -8 - 1(4) &= -6 - 2(3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13 &= 13 \text{ W.A.} \\ 9 &= 9 \text{ W.A.} \\ -12 &= -12 \text{ W.A.} \end{cases}$$

Schnittpunkt between  $k$  und  $m$ :  $s \begin{pmatrix} 13 \\ 9 \\ -12 \end{pmatrix}$

Die Ingenieure haben richtig gerechnet,  $k$  und  $m$  treffen sich in  $S$

b) \* Beträge  $|\vec{AS}|$  und  $|\vec{CS}|$  berechnen.

\* Bohrung beim Stollen Kuckucksloch und Morgernstern berechnen und vergleichen.

$$\text{Betrag } |\vec{AS}| = \sqrt{(13+7)^2 + (9+3)^2 + (-12+8)^2} \cdot 100 \text{ m} = 2366,43 \text{ m}$$

$$\text{Betrag } |\vec{CS}| = \sqrt{(13-4)^2 + (9+6)^2 + (-12+6)^2} \cdot 100 \text{ m} = 1849,32 \text{ m}$$

Bohrung beim Stollen Kuckucksloch:

$$2366,43 \text{ m} : 5 \text{ m/Tage} = 473,23 \approx 473 \text{ Tage}$$

Bohrung beim Stollen Mörgerstern:

$$1849,32 \text{ m} = x \cdot 473 \text{ Tage} \quad | : 473 \text{ Tage}$$

$$\frac{1849,32 \text{ m}}{473 \text{ Tage}} = x$$

$$3,909 \text{ m/Tag} = x$$

⇒ Es wird ca 3,91 m/Tag gearbeitet und die beiden am selben Tag den Vereinigungspunkt S zu erreichen.

c) Neue Geradengleichung von R, genannt  $R' : \vec{x} = \vec{s} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow R' : \vec{x} = \begin{pmatrix} 13 \\ 9 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Der Stollen erreicht die Oberfläche ⇒ x-y-Ebene, da  $z=0$  ist.

$$\text{also, } \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 9 \\ -12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 13 + 2t & \textcircled{1} \\ y = 9 + t & \textcircled{2} \\ 0 = -12 + 2t & \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\begin{array}{l|l} \textcircled{3} : -12 + 2t = 0 \quad | +12 & + \text{ in } \textcircled{1} \text{ und } \textcircled{2} \text{ einsetzen:} \\ 2t = 12 \quad | : 2 & \Rightarrow x = 13 + 2(6) = 25 \\ t = 6 & y = 9 + 6 = 15 \end{array}$$

Der Punkt P beträgt:  $P\left(\begin{pmatrix} 25 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$  am Oberfläche.

d)  $|\vec{SP}| = \sqrt{(25-13)^2 + (15-9)^2 + (0+12)^2} = 18$ , das heißt  $|SP| = 1800 \text{ m}$ .

$$|QP| = 1200 \text{ m}$$

$$|SQ| = |SP| - |QP| = 1800 \text{ m} - 1200 \text{ m} = 600 \text{ m}$$

$$|SQ| = \frac{1}{3} |SP|$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x-13 \\ y-9 \\ z+12 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 25-13 \\ 15-9 \\ 0+12 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow SQ = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$x - 13 = 4 \quad |+13 \rightarrow x = 17$$

$$y - 9 = 2 \quad |+9 \rightarrow y = 11$$

$$z + 12 = 4 \quad |-12 \rightarrow z = -8$$

und

$$Q \begin{pmatrix} 17 \\ 11 \\ -8 \end{pmatrix}$$

die Bohrung muss 800m sein.

$$\text{Erdoberfläche } z_R = 0, R = Q + 8 \quad R = \begin{pmatrix} 17 \\ 11 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Die Bohrung muss an den Punkt  $R = \begin{pmatrix} 17 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix}$  beginnen.