Berlin/Brandenburg – Mathematik Leistungskurs
2010 – Aufgabe 2.1: Analytische Geometrie

Haus am Hang BE

Die Ebene E ist durch die Gleichung $y + 10z = 0$ gegeben.
E stellt einen Hang dar, auf dem ein Haus errichtet werden soll. Wegen der Hanglage des Grundstücks müssen ein Fundament und eine zur x-y-Ebene parallele, rechteckige Bodenplatte mit den Eckpunkten $A(10|4|0{,}5)$, $B(0|4|0{,}5)$, $C(0|-5|0{,}5)$ und $D(10|-5|0{,}5)$ gebaut werden, auf der das Haus aufgestellt werden kann. Das Dach des Hauses reicht an zwei Seiten bis auf die Bodenplatte herunter (sog. „Nur-Dach-Haus“).

(Quelle: Anja Kronberg / pixelio.de)

Die vordere und die hintere Dachspitze sind durch die Punkte $S(5|4|8)$ und $T(5|-5|8)$ gegeben.
[Eine Längeneinheit entspricht 1 m.]

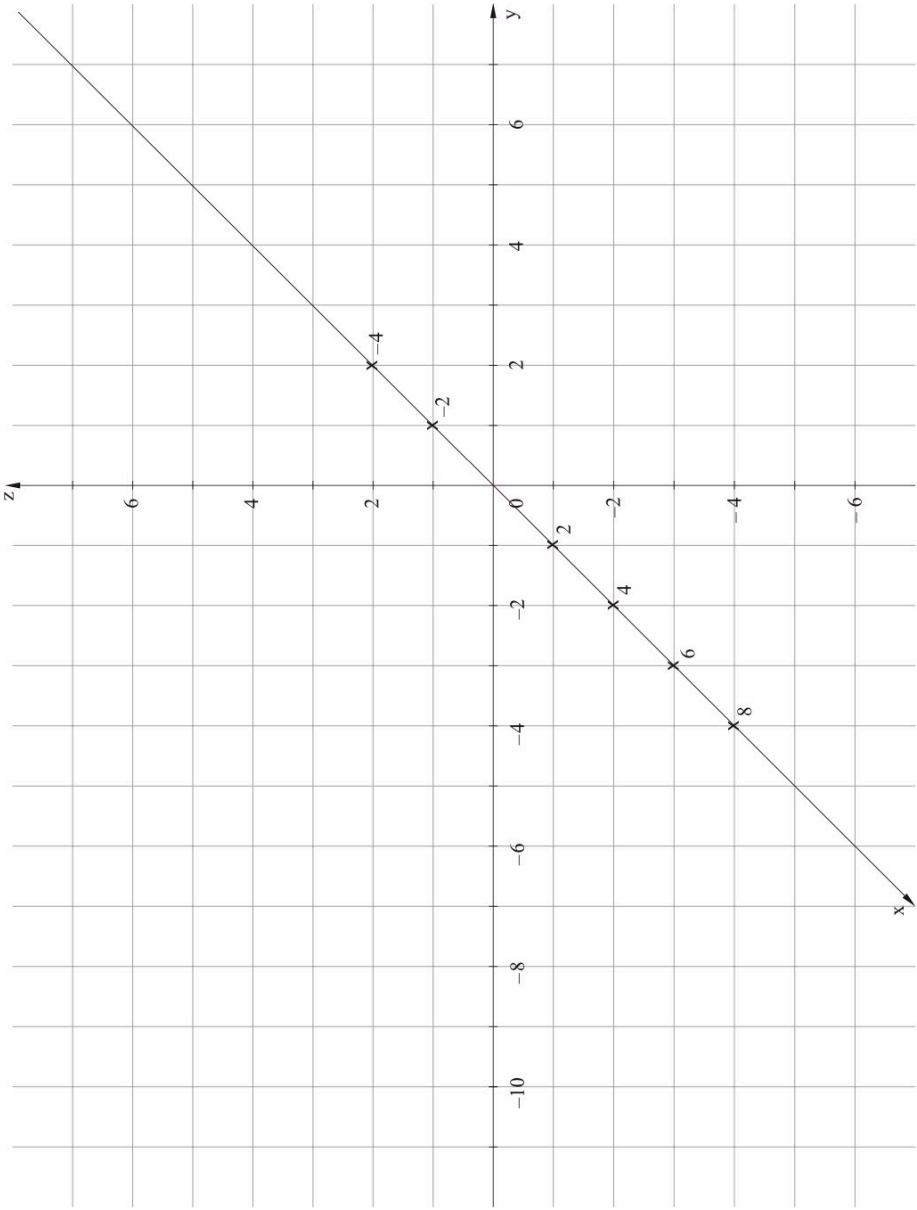
a) Weisen Sie nach, dass die Punkte C und D direkt auf dem Hang liegen.
Zeichnen Sie das Haus in das vorgegebene Koordinatensystem ein. 4

b) Die Hangneigung wird durch die in E verlaufenden Geraden h und k verdeutlicht.
Die Gerade h geht durch die Punkte D und $P(10|4|-0{,}4)$, und k verläuft parallel zu h durch C.
Geben Sie für h und k eine Geradengleichung an und ergänzen Sie in Ihrer Zeichnung beide Geraden. 4

c) Die Geschossdecke verläuft 2,5 m oberhalb der Bodenplatte.
Berechnen Sie die vier Eckpunkte der Decke und die Größe der Deckenfläche. 7

d) An der Giebelseite ABS soll eine Terrasse mit den Eckpunkten A, B, $F(0|7|0{,}5)$ und $G(10|7|0{,}5)$ gebaut werden. Dazu wird eine senkrechte Begrenzungsmauer rings um die Terrasse bis zur Höhe der Bodenplatte errichtet und der entstehende Hohlraum mit Erde verfüllt.
Zeichnen Sie die Terrasse und die Begrenzungsmauer in Ihre Zeichnung ein.
Berechnen Sie das Volumen der benötigten Erde.
[Die Wandstärke der Begrenzungsmauer soll nicht berücksichtigt werden.] 8

e) Die Dachspitze S wirft an sonnigen Tagen einen Schattenpunkt S' auf den Boden der Terrasse. Die Richtung der Sonnenstrahlen ändert sich mit der Zeit t und ist durch $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} -5t \\ (1+t)\cdot 1{,}5 \\ -7{,}5 \end{pmatrix}$ gegeben.
Geben Sie die Koordinaten des Schattenpunktes S' in Abhängigkeit von t an.
Berechnen Sie, zwischen welchen zwei Punkten sich der Schattenpunkt in einer Stunde $(0 \le t \le 1)$ bewegt. Beschreiben Sie die Lage dieser Punkte auf der Terrasse und die Bewegungslinie des Schattenpunktes. 7

30

Anlage: Haus am Hang