Schüttungskegel BE

Gegeben ist die Ebene durch E: $-2x+3y+6z=14$ als Ebene der Schar
E_a: $-2x+3y+az=14$; $a \in \mathbb{Z}$.

a) Die Ebene E schneidet die x-y-Ebene. Berechnen Sie den Schnittwinkel und ermitteln Sie eine Gleichung der Schnittgeraden g.
Zeigen Sie, dass $A(-13\,|\,-4\,|\,0)$ und $B\left(-\frac{19}{4}\,\middle|\,\frac{3}{2}\,\middle|\,0\right)$ Punkte der Schnittgeraden g sind. Ermitteln Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von der Ebene E.
[*Zur Kontrolle:* g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-7\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$] 9

b) Für einen Punkt $P(x\,|\,y\,|\,z)$, der in der Ebene E liegt, gilt $x=y=z$. Bestimmen Sie die Koordinaten von P.
Untersuchen Sie, ob alle Ebenen von E_a einen Punkt mit drei gleichen Koordinaten besitzen. 5

Fällt Schüttgut von einem Transportband, dann entsteht ein Schüttungskegel, dessen Grundfläche im Folgenden stets in der x-y-Ebene liegen soll.

c) Eine Mantellinie s eines Schüttungskegels K verläuft von der Spitze $S\left(-2\,\middle|\,-1\,\middle|\,\frac{13}{6}\right)$ genau senkrecht zur Geraden g und schneidet diese. Stellen Sie eine Gleichung für die Strecke s auf. 6

d) Ein Transportband, welches den Kegel K aufschüttet, verläuft im Abstand von 7 LE parallel zur Ebene E, in der auch s liegt. Es sei F die Ebene, in der das Transportband verläuft.
Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene F in Koordinatenform. 6

e) Der Böschungswinkel eines Schüttungskegels bei lockerer Schüttung liegt im Intervall $25° \le \alpha \le 45°$.
Ermitteln Sie die Anzahl der Ebenen der Schar E_a mit $a \in \mathbb{Z}$, die eine Mantellinie solcher Schüttungskegel enthalten können. 4

30