Anhänger einer Halskette BE

Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit $f_a(x) = (a - x) \cdot e^{\frac{x}{a}}$; $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.
Ihre Graphen heißen G_a.

a) Bestimmen Sie das Verhalten der Funktionswerte von f_a für $x \to \pm\infty$ in Abhängigkeit von a. Berechnen Sie die Länge der Strecke in Abhängigkeit von a, die durch die jeweiligen beiden Achsenschnittpunkte von G_a festgelegt ist. 8

b) Zeigen Sie, dass für jeden Graphen G_a der lokale Extrempunkt auf der y-Achse liegt und bestimmen Sie in Abhängigkeit von a dessen Art.

[*Kontrollergebnis*: $f_a''(x) = -e^{\frac{x}{a}} \cdot \left(\frac{a+x}{a^2}\right)$]

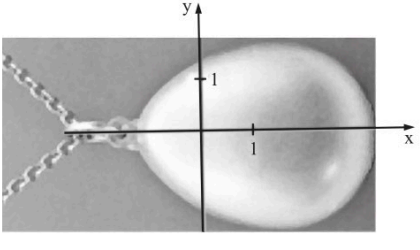
Stellen Sie G_2 mindestens im Intervall [–7; 3] in einem Koordinatensystem grafisch dar. 12

c) Ein Graph der Schar G_a hat an der Stelle $x = 1$ den Anstieg $m = -e$. Ermitteln Sie den zugehörigen Parameterwert a durch inhaltliche Überlegung.
Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den die Tangente an diesen Graphen an der Stelle $x = 1$ mit der positiven Richtung der x-Achse einschließt. 6

d) Ermitteln Sie eine Gleichung der Kurve, auf der alle Wendepunkte von G_a liegen. Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente an den Graphen der Funktion f_2.

Hinweis: Auf den Nachweis der Existenz der Wendepunkte mithilfe einer hinreichenden Bedingung wird verzichtet. 9

e) Jeweils ein Graph G_a für $a > 0$ und der zugehörige an der x-Achse gespiegelte Graph sowie die Gerade $x = k$ sollen die Form eines Kettenanhängers begrenzen. Um den Materialbedarf zu ermitteln, wird der Inhalt der Querschnittsfläche benötigt. Bestimmen Sie für alle $k < 0$ den Inhalt der Querschnittsfläche des Kettenanhängers. 5



40