Blutgruppen BE

Jeder Mensch hat eine der Blutgruppen A, B, AB oder 0 (null). Neben der Blutgruppenzugehörigkeit wird nach dem Vorhandensein eines Rhesusfaktors (Rh positiv: Rh^+ bzw. Rh negativ: Rh^-) unterschieden. Für Deutschland gilt folgende Häufigkeitsverteilung für Blutgruppen und zugehörige Rhesusfaktoren in % (Wikipedia 2010). Dabei bedeutet z. B. die Angabe A Rh^- die Blutgruppe A mit negativem Rhesusfaktor, diese hat die Wahrscheinlichkeit $P(A\ Rh^-) = 0{,}06$.

Blutgruppe	A		B		AB		0	
Häufigkeit in %	43		11		5		41	
Rhesusfaktor	A Rh^+	A Rh^-	B Rh^+	B Rh^-	AB Rh^+	AB Rh^-	0 Rh^+	0 Rh^-
Häufigkeit in %	37	6	9	2	4	1	35	6

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
D: Unter 19 zufällig ausgewählten Bundesbürgern befindet sich mehr als eine Person, die die Blutgruppe B mit positivem Rhesusfaktor besitzt.
E: Unter 100 zufällig ausgewählten Bundesbürgern befinden sich mindestens sechs und weniger als zwölf Personen mit Blutgruppe AB. 8

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einem Blutspendetermin unter sechs zufällig ausgewählten Spendern
F: der erste Spender die Blutgruppe B, der dritte, vierte und sechste Spender die Blutgruppe A und die übrigen Spender die Blutgruppe AB oder 0 besitzen.
G: einer mit der Blutgruppe B, drei mit der Blutgruppe A und der Rest mit der Blutgruppe AB oder 0 sind. 7

c) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Bürger eines deutschen Bundeslandes Rh negativ (Rh^-) ist, sei p mit $0 < p < 1$. Berechnen Sie, wie groß p mindestens sein müsste, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von wenigstens 80 % unter zehn zufällig ausgewählten Bürgern dieses Bundeslandes mindestens eine Person mit negativem Rhesusfaktor befindet. 4

d) Auf der Grundlage langjähriger Erfahrungen vermuten die Mitarbeiter eines Blutspendezentrums, dass 3,9 % der Bundesbürger mit Blutgruppe 0 und 2,4 % der Bundesbürger mit anderen Blutgruppen Blutspender sind.
Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein zufällig ausgewählter Bundesbürger Blutspender ist.
Ein Bundesbürger hat gerade Blut gespendet. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er die Blutgruppe 0 besitzt. 7

e) Nur 3 % der Bundesbürger im Alter von 18 bis 68 Jahren sind Blutspender. In einer repräsentativ ausgewählten Gruppe von 1 500 Bundesbürgern wurde die Anzahl der Blutspender ermittelt.
Ermitteln Sie, in welchem kleinstmöglichen zum Erwartungswert symmetrischen Intervall $I = [\mu - a;\ \mu + a]$ mit $a \in \mathbb{R}$, $a < \mu$, die Anzahl der Blutspender in dieser Gruppe mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % liegt. 4

30

Anlage zu Aufgabe 3.2
Summierte Binomialverteilungen

Gerundet auf vier Nachkommastellen, weggelassen ist „0“, alle freien Plätze bzw. weggelassenen k-Werte links unten enthalten 1,0000, rechts oben 0,0000.
Wenn die Tabelle „von unten“ gelesen wird (p > 0,5), dann ist der richtige Wert 1 – (abgelesener Wert).

n	k \ p	0,02	0,05	0,10	$\frac{1}{6}$	0,20	0,25	0,30	$\frac{1}{3}$	k
100	0	1326	0059							99
	1	4033	0371	0003						98
	2	6767	1183	0019						97
	3	8590	2578	0078						96
	4	9492	4360	0237	0001					95
	5	9845	6160	0576	0004					94
	6	9959	7660	1172	0013	0001				93
	7	9991	8720	2061	0038	0003				92
	8	9998	9369	3209	0095	0009				91
	9	9999	9718	4513	0231	0023				90
	10		9885	5832	0427	0057	0001			89
	11		9957	7030	0777	0126	0004			88
	12		9985	8018	1297	0253	0010			87
	13		9995	8761	2000	0469	0025	0001		86
	14		9999	9274	2874	0804	0054	0002		85
	15			9601	3877	1285	0111	0004		84
	16			9794	4942	1923	0211	0010	0001	83
	17			9900	5994	2712	0376	0022	0002	82
	18			9954	6965	3621	0630	0045	0005	81
	19			9980	7803	4602	0995	0089	0011	80
	20			9992	8481	5595	1488	0165	0024	79
	21			9997	8998	6540	2114	0288	0048	78
	22			9999	9370	7389	2864	0479	0091	77
	23				9621	8109	3711	0755	0164	76
	24				9783	8686	4617	1136	0281	75
	25				9881	9125	5535	1631	0458	74
	26				9938	9442	6417	2244	0715	73
	27				9969	9658	7224	2964	1066	72
	28				9985	9800	7925	3768	1524	71
	29				9993	9888	8505	4623	2093	70
	30				9997	9939	8962	5491	2766	69
	31				9999	9969	9307	6331	3525	68
	32					9985	9554	7107	4344	67
	33					9993	9723	7793	5188	66
	34					9997	9836	8371	6019	65
	35					9999	9906	8839	6803	64
	36					9999	9948	9201	7511	63
	37						9973	9470	8123	62
	38						9986	9660	8630	61
	39						9993	9790	9034	60
	40						9997	9875	9341	59
	41						9999	9928	9566	58
	42						9999	9960	9724	57
	43							9979	9831	56
	44							9989	9900	55
	45							9995	9943	54
	46							9997	9969	53
	47							9999	9983	52
	48							9999	9991	51
	49								9996	50
	50								9998	49
	51								9999	48
	52									47
n	k		0,95	0,90	$\frac{5}{6}$	0,80	0,75	0,70	$\frac{2}{3}$	k \ p

Standardnormalverteilung

Gerundet auf vier Nachkommastellen, weggelassen ist „0,“.
Bei negativen Werten liest man nach der Gleichung $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ ab.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1,1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1,4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
1,5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1,6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1,7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1,8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1,9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2,0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2,1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2,2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2,3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2,4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2,5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2,6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2,7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2,8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2,9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3,0	9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
3,1	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993
3,2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995
3,3	9995	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997
3,4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998
3,5	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998
3,6	9998	9998	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999

Beispiele: $\Phi(2{,}37) = 0{,}9911$; $\Phi(-2{,}37) = 1 - \Phi(2{,}37) = 1 - 0{,}9911 = 0{,}0089$;
$\Phi(z) = 0{,}7910 \Rightarrow z = 0{,}81$; $\Phi(z) = 0{,}2090 = 1 - 0{,}7910 \Rightarrow z = -0{,}81$.